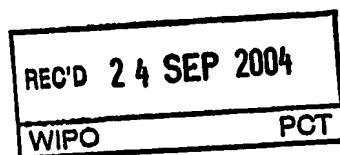


16. 09. 2004

**PRIORITY  
DOCUMENT**  
SUBMITTED OR TRANSMITTED IN  
COMPLIANCE WITH RULE 17.1(a) OR (b)



**Prioritätsbescheinigung über die Einreichung  
einer Patentanmeldung**

**Aktenzeichen:** 103 34 357.1  
**Anmeldetag:** 25. Juli 2003  
**Anmelder/Inhaber:** Sennheiser electronic GmbH & Co KG,  
30900 Wedemark/DE  
**Bezeichnung:** Sphärisch logarithmische Quantisierung und deren  
Anwendung für DPCM  
**q**  
**IPC:** H 03 M 1/12

**Die angehefteten Stücke sind eine richtige und genaue Wiedergabe der ursprünglichen Unterlagen dieser Patentanmeldung.**

München, den 19. August 2004  
Deutsches Patent- und Markenamt  
Der Präsident  
im Auftrag

Hoß

Best Available Copy

Bremen: 25. Juli 2003

Unser Zeichen: SA 5407-01DE

Durchwahl: 0421 -36 35 0

Anmelder/Inhaber: Sennheiser electronic GmbH & Co. KG

Amtsaktenzeichen: Neuanmeldung

# Sphärisch logarithmische Quantisierung und deren Anwendung für DPCM

Johannes B. Huber, Bernd Matschkal

Institute for Information Transmission

University of Erlangen-Nuremberg, Germany, [www.LNT.de](http://www.LNT.de)

Phone: +49 9131 85-27112, Fax: +49 9131 85-28919

E-mail: {huber, matschkal}@LNT.de

V. Schmitt, A. Haupt

Sennheiser electronic GmbH & Co. KG

Am Labor 1, D-30900 Wedemark

**Zusammenfassung**—Es wird ein Verfahren zur hochauflösenden, wellenformerhaltende Digitalisierung analoger Signale vorgestellt. Die übliche skalare logarithmische Quantisierung wird auf mehrdimensionale Kugelkoordinaten übertragen und die daraus resultierenden Vorteile wie z.B. ein konstanter Störabstand über einen extrem hohen Dynamikbereich werden diskutiert. Um die im Quellsignal vorhandenen statistischen Abhängigkeiten für eine weiteren Störabstandsgewinn ausnutzen zu können, wird eine Methode vorgestellt, Differentielle Pulscodemodulation (DPCM) mit sphärisch logarithmischer Quantisierung zu kombinieren. Das resultierende Verfahren erzielt eine wirksame Datenreduktion bei extrem geringer Signalverzögerung.

## I. EINLEITUNG

Viele Bereiche der digitalen Nachrichtenübertragung haben das gemeinsame Ziel, ein zunächst analog vorliegendes Quellsignal (Meßwerterfassung, Audiosignalverarbeitung in Studioqualität, usw.) unter Ausnutzung der Vorteile der digitalen Übertragung zu einem Empfänger zu transportieren, um es dort in Form eines analogen Ausgangssignals wiederzugeben. Hierfür muss das Analogsignal zum einen digitalisiert bzw. quantisiert werden, zum anderen muss eine entsprechende Datenkompression erfolgen, um das Signal bei möglichst guter Qualität über ein digitales Übertragungssystem mit begrenzter Kapazität zu übertragen. Die zahlreichen bereits existierenden Verfahren zur Digitalisierung analoger Quellsignale verfolgen hinsichtlich grundsätzlich verschiedene Ansätze, sie lassen sich jedoch alle in zwei Hauptkategorien einteilen: wellenformerhaltende und nicht wellenformerhaltende Verfahren. Letztere sind beispielsweise im Audiobereich von entscheidender Bedeutung, da hier oftmals nur der subjektive Höreindruck am Empfängerausgang entscheidend ist (z.B. Ausnutzung psychoakustischer Maskierungseffekte). Hier spielen Wellenformveränderungen (Amplituden- und Phasenverzerrungen), die das Signal durch Quantisierung und Komprimierung erfährt i.d.R. nur eine untergeordnete Rolle. Die Übertragungsqualität eines solchen Verfahrens lässt sich nicht durch einen Störabstand  $10 \log_{10}(\text{SNR})$ , SNR: Signal to Noise Ratio, im klassischen Sinne messen; sie muss vielmehr durch aufwendige Hörtests mit trainierten Personen ermittelt werden. Für viele Anwendungsbereiche (z.B. in der Messtechnik) sind derartige Signalcodierungsverfahren jedoch gänzlich unbrauchbar. Diese Arbeit befasst sich mit den wellenformerhaltenden Verfahren, deren Hauptziel eine möglichst unveränderte Wellen-

form am Decoderausgang und somit ein möglichst hoher objektiv messbarer Störabstand ist, vorzugsweise im Sinne des Verhältnisses von Varianz des Nutzsignals zum mittleren quadratischen Fehler. Hier wird ein Verfahren vorgestellt, das zudem über eine extrem hohe Dynamik verfügt (d.h. das SNR ist konstant über einen sehr großen Aussteuerbereich von z.B. 60 dB und mehr) und bei nur extrem geringer Verzögerung in der Lage ist, sowohl statistische Abhängigkeiten in der Folge der Abtastwerte aus dem Quellsignal als auch die günstigen Packungseigenschaften mehrdimensionaler Gitter (Vektorquantisierung) zu nutzen.

## II. LOGARITHMISCHE QUANTISIERUNG

Es wird eine hohe Dynamik eines Quantisierers, also ein weiter Bereich des mittleren Signalpegels angestrebt, in welchem das SNR und somit der maximale relative Quantisierungsfehler  $\frac{\Delta q_i}{r_i} / 2$  konstant ist. Hierbei bezeichnen  $\Delta q_i$  die Breiten der Quantisierungsintervalle und  $r_i$  die jeweiligen Rekonstruktionswerte. Diese Aufgabe führt bekanntermaßen zu der logarithmischen Quantisierung z.B. im Sinne des A-Laws, wie sie in der Fernsprechtechnik schon seit langem angewendet wird. Für den Bereich mittlerer Aussteuerung ergibt sich für  $R \gg 1$  folgender Störabstand [3]:

$$10 \log_{10}(\text{SNR}) = R \cdot 6,02 \text{ dB} + 10 \log_{10} \frac{3}{(1 + \ln(\mathcal{A}))^2}, \quad (1)$$

wobei  $R$  die mittlere Rate der Quantisierung (bit/Abtastwert) bezeichnet und  $\mathcal{A}$  den üblichen Parameter der logarithmischen Quantisierung darstellt; d.h. der maximale relative Fehler ist für Abtastwerte mit einem Betrag  $> 1/\mathcal{A}$  (bezogen auf einen Signalbereich von -1 bis +1) konstant. Damit wird ab einem mittleren Signalpegel des Quellsignals von

$$-B_1 := 20 \log_{10}(1/\mathcal{A}) \text{ dB} \quad (2)$$

ein Störabstand gemäß (1) erreicht. Der Wert  $B_1$  charakterisiert damit den Dynamikbereich der logarithmischen Quantisierung. Innerhalb dieses Dynamikbereiches ist der Störabstand zudem gänzlich unabhängig von der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) des Quellsignals so dass das Verfahren universell einsetzbar ist. Allerdings stellt der Term

$10 \log_{10} \left( 3 / (1 + \ln(\mathcal{A}))^2 \right)$  im Vergleich zu einer gleichmäßigen Quantisierung bei Vollaussteuerung durch ein gleichverteiltes Signal gewissermaßen einen "Verlust" durch Kompaundierung dar, der für einen großen Dynamikbereich zu bezahlen ist.

### III. QUANTISIERUNG IN KUGELKOORDINATEN

#### A. Kugelkoordinaten in $D$ Dimensionen

Aus dem Gebiet der Vektorquantisierung ist bekannt, dass durch eine kugeldichte Packung in vielen Dimensionen beträchtliche Störabstandsgewinne bei der Quantisierung erzielt werden, auch wenn keine statistischen Abhängigkeiten innerhalb der Signale ausgenutzt werden können. Bei sphärischer Quantisierung werden  $D$  Abtastwerte ( $\mathbf{x} := x_1, x_2, \dots, x_D$ ) zusammengefasst, um einen Punkt im  $\mathbb{R}^D$  mittels Polarkoordinaten zu beschreiben. Der Radius  $r$  sowie die  $D-1$  Winkel sind durch folgende Gleichungen gegeben ( $j$ : imaginäre Einheit):

$$r^2 = \sum_{i=1}^D x_i^2 \quad (3)$$

$$\varphi_1 = \arg(x_1 + jx_2) \in [-\pi, +\pi) \quad (4)$$

$$\varphi_i = \arg \left( \sqrt{\sum_{i=1}^i x_i^2 + jx_{i+1}} \right) \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \quad (5)$$

$$i \in \{2, \dots, D-1\}.$$

Die Rekonstruktion der kartesischen Komponenten  $x_1, x_2, \dots, x_D$  erfolgt hieraus gemäß

$$x_i = r \cdot b_{i-1} \cdot \sin(\varphi_{i-1}), \quad i \in \{2, \dots, D\} \quad (6)$$

$$x_1 = r \cdot b_1 \cdot \cos(\varphi_1) = r \cdot b_0, \quad (7)$$

wobei für die Radien der "Breitenkreise" der Kugel mit Radius 1 gilt:

$$b_{D-1} = 1, \quad (8)$$

$$b_i = 1 \cdot \prod_{l=i+1}^{D-1} \cos(\varphi_l), \quad i \in \{0, \dots, D-2\}. \quad (9)$$

Damit ist ausgehend von  $\varphi_{D-1}$  eine aufwandsgünstige rekursive Darstellung gefunden. Eine aufwandsgünstige Implementierung von Vor- und Rücktransformation ist mit Hilfe des sog. CORDIC-Algorithmus möglich.

#### B. Sphärisch logarithmische Quantisierung

Damit bei der Quantisierung in Polarkoordinaten die Vorteile der Unabhängigkeit des SNR von der WDF des Quellsignals weiterhin genutzt werden können, wird nun der Betrag (Radius) logarithmisch gemäß den Vorschriften des  $\mathcal{A}$ -Law quantisiert. Trotz einer gleichmäßigen Quantisierung der  $D-1$  Winkel (z.B. im 3-dimensionalen Raum von Azimuth- und Elevationswinkel) sind aufgrund der Proportionalität der Länge eines Kreisbogensegmentes zum Radius die Anforderungen an die logarithmische Quantisierung damit in allen  $D$  Dimensionen erfüllt, obwohl nur in einer Dimension

(bei der Quantisierung des Betrags) der bereits angesprochene Verlust durch logarithmische Kompaundierung in Kauf genommen werden muss.

Um die Implementierung der Quantisierung in Kugelkoordinaten zu vereinfachen gehen wir von näherungsweise kubischen Quantisierungszellen aus, d.h. die Oberfläche einer  $D$ -dimensionalen Kugel mit Radius 1 wird durch ein Netz  $D-1$ -dimensionaler (Hyper-)Würfel quantisiert. Auf diese Weise wird eine sehr einfache Implementierbarkeit von Quantisierung und Signalrekonstruktion erreicht, wobei durch die iterative Vorgehensweise gemäß (4) bis (9) eine schrittweise Verarbeitung der einzelnen Koordinaten wie im Fall skalarer Quantisierung bewahrt wird. Wie nachfolgend gezeigt wird, ergibt sich durch diese suboptimale Quantisierung der Kugeloberfläche im Vergleich zu einem optimal dicht gepackten Gitter jedoch im Grenzwert  $D \rightarrow \infty$  lediglich ein Verlust von  $10 \log_{10} \left( \frac{\pi}{6} \right) = 1,53 \text{ dB}$ , also ein Ratenverlust von ca. 1/4 bit/Abtastwert, der zugunsten einfacher Implementierbarkeit hingenommen wird. Asymptotisch wird damit die Grenze der Rate-Distortion-Funktion für die unabhängig und identisch verteilte (i.i.d.) gauß'sche Zufallsvariable bei zugleich gegen unendlich strebendem Dynamikbereich für konstanten Störabstand nur um 1/4 bit bzw. 1,53 dB verfehlt.

Da im Sinne der Zielsetzung einer logarithmischen Kompaundierung bewusst von keiner Kenntnis einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für i.i.d. Quellsignalwerte ausgegangen wird, stellt aber wiederum die Rate-Distortion-Funktion für die gauß'sche Zufallsvariable die untere Schranke für die erreichbare Rate (bzw. Verzerrung) bei gegebener Verzerrung (Rate) dar (Berger's upper bound der Rate-Distortion-Function [1]). Somit sind unter den hier gestellten Anforderungen und Einschränkungen über 1,53 dB bzw. 1/4 bit/Abtastwert hinausgehende Verbesserungen ohnehin nicht mehr möglich.

Die Aufteilung der  $M^D$  (d.h.  $M := 2^R$ ) pro Quantisierungsschritt zur Verfügung stehenden Quantisierungsstufen auf die einzelnen Dimensionen (also auf den Radius und die  $D-1$  Winkel) wird auf folgende Weise vorgenommen:

Für den logarithmischen Bereich  $\frac{r_0}{\mathcal{A}} \leq r \leq r_0$  der  $\mathcal{A}$ -Law-Vorschrift gelte die folgende Kompressorkennlinie

$$k(r) = r_0 \cdot \left( c \cdot \ln \frac{r}{r_0} + 1 \right) \quad \text{mit} \quad c := \frac{1}{1 + \ln \mathcal{A}} \quad (10)$$

bzw. für deren Ableitung

$$k'(r) := \frac{dk(r)}{dr} = \frac{c \cdot r_0}{r}, \quad (11)$$

wobei  $\mathcal{A}$  den freien Parameter des  $\mathcal{A}$ -Law bezeichnet und  $r_0$  als noch näher zu beschreibender Normierungsfaktor für den Radius eingeführt wird. Gehen wir nun von  $M_r$  Quantisierungsintervallen für den Radius aus, so gilt für die Breite der Quantisierungszelle in Richtung des Radius

$$\Delta r(r) \approx \frac{r_0}{M_r \cdot k'(r)} = \frac{1}{M_r \cdot c} \cdot r. \quad (12)$$

Man beachte, dass  $\Delta r(r)$  im betrachteten Bereich unabhängig von  $r_0$  ist.

Um bei der Quantisierung in Polarkoordinaten ein ein ähnliches Übersteuerungsverhalten zu erhalten wie bei kartesischen Koordinaten, normieren wir den Maximalwert  $r_0$  für den Radius derart, dass die somit entstehende  $D$ -dimensionale Kugel das gleiche Volumen besitzt wie ein  $D$ -dimensionaler Würfel der Kantenlänge 2 (entsprechend einem Quantisierungsbereich  $x_i \in [-1; 1]$  in jeder Dimension).

$$\begin{aligned} V_{\text{Kugel}} &= V_{\text{Würfel}} \\ \alpha_D \cdot r_0^D &= 2^D \end{aligned}$$

mit dem Volumen  $\alpha_D$  der  $D$ -dim. Einheitskugel gemäß [4]

$$\alpha_D = \frac{\pi^{D/2}}{(D/2)!} \quad (13)$$

Damit gilt:

$$r_0 = \frac{2}{\alpha_D^{1/D}} \quad , \quad r_0 > 1 \quad \forall D \in \mathbb{N} \text{ mit } D \geq 2 \quad (14)$$

Um die Bestimmung des resultierenden Störabstandes zu vereinfachen, wird im Folgenden  $r = 1$  gesetzt, d.h. es werden diejenigen Quantisierungszellen betrachtet, welche auf der Oberfläche einer Kugel mit Einheitsradius liegen. Dies ist ohne Beschränkung der Allgemeinheit möglich, da das SNR aufgrund der logarithmischen Quantisierung im Bereich  $\frac{r_0}{2} \leq r \leq r_0$  unabhängig vom Radius ist. Für die Breite der Quantisierungszellen erhält man nun

$$\Delta_r(1) \approx \frac{1}{M_r \cdot c} := \Delta \quad (15)$$

Durch die bereits angesprochene gleichmäßige Winkelquantisierung wird die Oberfläche der  $D$ -dimensionalen Einheitskugel in  $M_k$  Zellen eingeteilt, welche jeweils die Form von  $D-1$ -dimensionalen Würfeln besitzen. Für die Oberfläche der Kugel gilt [4]:

$$S = \beta_D \cdot r^{D-1} \quad \text{mit} \quad \beta_D = D \cdot \alpha_D \quad (16)$$

In unserem speziellen Fall  $r = 1$  folglich  $S_D = \beta_D$ . Mit  $\Delta^{D-1}$  als mittlerer Flächenbeitrag einer Quantisierungszelle zur Kugeloberfläche gelte nun

$$M_k \cdot \Delta^{D-1} = \beta_D \quad (17)$$

Somit ist ein fairer Ausgleich zwischen der Quantisierung des Radius und der Quantisierung der Oberfläche erreicht.

#### C. Aufteilung der Quantisierungsstufen auf Radius und Winkel

Gehen wir von  $M$  Intervallen für jeden der  $D$  zu quantisierenden Werte  $x_i$  aus, so gilt für die Quantisierung in  $D$ -dimensionalen Polarkoordinaten

$$M_k \cdot M_r = M^D \quad (18)$$

Mit (15), (17) und (18) erhält man für die Anzahl der für die Quantisierung des Radius zur Verfügung stehenden Quantisierungszellen

$$M_r = M \cdot \frac{1}{\beta_D^{1/D}} \frac{1}{c^{(D-1)/D}} \quad (19)$$

woraus sich wiederum mit (15) die Kantenlänge der Quantisierungszellen folgendermaßen darstellen lassen:

$$\Delta = \frac{1}{M} \cdot \left( \frac{\beta_D}{c} \right)^{\frac{1}{D}} \quad (20)$$

Die verbleibenden  $M_k$  Quantisierungszellen werden in  $M_{k,1}, \dots, M_{k,D-1}$  aufgeteilt und für die Quantisierung der  $D-1$  Winkel verwendet. Auch hier erfolgt die Aufteilung optimal in Bezug auf konstantes SNR:

$$M_{k,i} = \left\lfloor \frac{\pi \cdot b_i}{\Delta} \right\rfloor = \left\lfloor M \cdot \pi \cdot b_i \cdot \left( \frac{c}{\beta_D} \right)^{\frac{1}{D}} \right\rfloor, \quad i \in \{2, \dots, D-1\}$$

$$M_{k,1} = \left\lfloor \frac{2\pi \cdot b_1}{\Delta} \right\rfloor = \left\lfloor M \cdot 2\pi \cdot b_1 \cdot \left( \frac{c}{\beta_D} \right)^{\frac{1}{D}} \right\rfloor \quad (21)$$

mit  $\lfloor x \rfloor \in \mathbb{N}$ : größte ganze Zahl  $\leq x$  mit  $x \in \mathbb{R}$ .

#### D. Quantisierungsgeräusch und Störabstand

Für die Leistung des Quantisierungsgeräusches bei  $D$ -dimensionalen kubischen Quantisierungszellen gilt bekanntlich näherungsweise ( $M \gg 1$ )

$$\frac{\Delta^2}{12} \cdot D \quad (22)$$

Aufgrund der eingangs erläuterten Unabhängigkeit des Störabstandes vom Nutzsignalwert gilt für die Kantenlänge der Quantisierungszelle in der Kugel folgender direkter proportionaler Zusammenhang

$$\Delta(r) = \Delta \cdot r = \Delta \varphi \cdot r \quad (23)$$

Somit kann für die Berechnung des Störabstandes ( $10 \log_{10}(\text{SNR})$ ) ein  $D$ -dimensionaler Nutzsignalwert mit Leistung  $r^2 = 1$  verwendet werden. Unter Zuhilfenahme von (20) erhält man

$$\text{SNR} = \frac{1^2}{D \cdot \frac{\Delta^2}{12}} = F(D) \cdot M^2 \quad (24)$$

$$\text{mit} \quad F(D) := \frac{12}{D} \cdot \left( \frac{c}{\beta_D} \right)^{\frac{2}{D}} \quad (25)$$

und daraus mit (13) und (16)

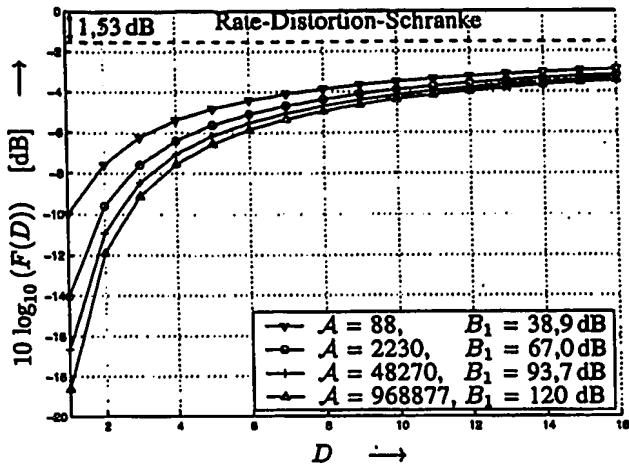
$$F(D) = \frac{12}{\pi} \cdot \frac{1}{D^{\frac{D-2}{D}}} \cdot ((D/2)!)^{2/D} \cdot c^{2/D} \quad (26)$$

$F(D)$  kann als Verlust bezüglich der Rate-Distortion-Schranke für i.i.d. gauß'sche Zufallsvariablen (6 dB-pro-Bit-Regel) interpretiert werden und ist in Abb. 1 für verschiedene Werte von  $D$  dargestellt.

Mit Hilfe der Stirlingschen Näherung  $x! \approx \sqrt{2\pi x} \left(\frac{x}{e}\right)^x$  lässt sich der Grenzwert

$$\lim_{D \rightarrow \infty} F(D) = \frac{6}{\pi e} \approx -1,53 \text{ dB} \quad (27)$$

berechnen, der den Verlust gegenüber der Rate-Distortion-Schranke darstellt, welcher durch die suboptimalen kubischen



1. Störabstandsverlust bzgl.  $R \cdot 6,02$  dB bei verschiedenen  $A$ -Werten

Quantisierungszellen (gegenüber Kugeln für  $D \rightarrow \infty$ ) verursacht wird. In anderen Worten: Durch sphärisch logarithmische Quantisierung ist es möglich, den in Gl.(1) beschriebenen Verlust infolge der Kompaundierung bis auf lediglich  $-1,53$  dB wieder zu kompensieren. Somit ist es durch die Wahl der Parameters  $A$  und  $D$  theoretisch möglich einen beliebig großen Dynamikbereich (Bereich konstanten Störabstandes über dem mittleren Signalpegel) zu erzielen, ohne nennenswerte Verluste im maximal erzielbaren Störabstand in Kauf nehmen zu müssen.

Abb. 2 zeigt als Beispiel den Abstand des Störabstandes von der Rate-Distortion-Schranke  $R \cdot 6$  dB abhängig vom mittleren Signalpegel ( $10 \log_{10}(\text{Varianz})$ ) i.i.d. gaußverteilter Zufallsvariablen bei  $A = 48270$  für unterschiedliche Dimensionalität der sphärisch logarithmischen Quantisierung. Diese Simulationsergebnisse erfüllen genau die theoretische Analyse in Abb. 1. Darüberhinaus wird deutlich, dass durch zwei Effekte mit wachsender Dimensionalität bei konstantem Parameter  $A$  zudem der Dynamikbereich stark ansteigt. Zum einen nimmt der Normierungsradius  $r_0$  zu, zum anderen wirkt die Begrenzung der logarithmischen Kompression nur auf eine Dimension, auf den Radius, während für  $D - 1$  Dimensionen die Proportionalität der Ausdehnung der Quantisierungszelle zum Signalwert (=Bogenlänge zu Radius bei fixer Winkeldifferenz) auch für kleinste Signalwerte erhalten bleibt. Somit erweitert sich der Dynamikbereich in  $D$  Dimensionen näherungsweise auf

$$B_D \approx B_1 + 20 \log_{10}(r_0) + 10 \log_{10}(D). \quad (28)$$

Zudem steigt aufgrund des Mittelungseffektes innerhalb von jeweils  $D$  Werten die Übersteuerungsfestigkeit, wodurch eine weitere Vergrößerung des Dynamikbereiches erzielt wird.

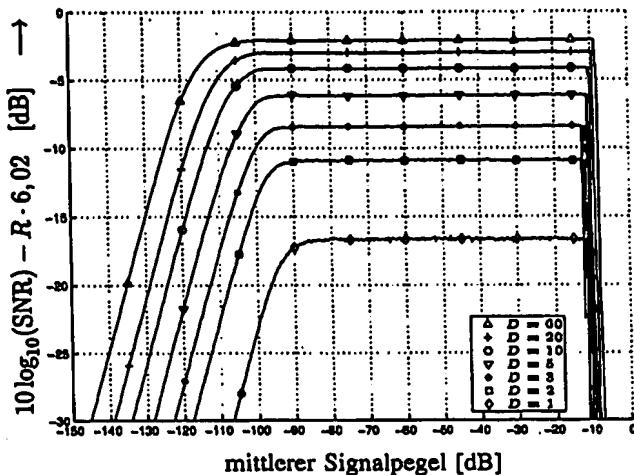


Abb. 2. Störabstand bei sphärisch logarithmischer Quantisierung von i.i.d. gaußverteilten Signalwerten ( $A = 48270, B_1 = 93,7$  dB,  $R \gg 1$  bit/Abtastwert)

#### IV. KOMBINATION VON SPÄHRISCHER QUANTISIERUNG UND DPCM

##### A. Problemstellung

Die Differentielle Pulscodemodulation (DPCM) (siehe Abb. 3) überträgt anstelle eines Abtastwertes  $q[k]$  selbst dessen Differenz  $z[k]$  zu einem Prädiktionswert. Ziel ist die Erzeugung eines Differenzsignals mit kleinerer Varianz und geringerem Maximalwert als für die ursprünglichen Abtastwerte i.d.R. um die gleiche Quantisierungsfehlerleistung wie bei PCM mit weniger Quantisierungsintervallen zu erreichen. Der Prädiktionswert wird durch Filterung des zu quantisierenden Signals mit einem Filter erzielt, durch das statistische Abhängigkeiten bzw. eine "Farbigkeit" des Quellsignals zur Redundanzreduktion ausgenutzt werden. Durch Prädiktion lässt sich beispielsweise bei Audiosignalen oftmals bereits bei einer sehr kurzen Filterlänge (und damit mit einem "wenig spezialisierten" Prädiktionsfilter) ein Störabstandsgewinn von 15 dB und mehr erzielen.

Es ist außerdem anzumerken, dass durch DPCM keine systembedingte Verzögerung des zeitdiskreten Signals gegenüber PCM hinzunehmen ist. Weiterhin ist zu beachten, dass sich ein direkt messbarer Störabstandsgewinn (also ein Reingewinn bei gleicher Verzerrung des rekonstruierten Signals) bei DPCM nur in Form der sog. Rückwärtsprädiktion erzielen lässt; d.h. zur Gewinnung der Prädiktionswerte ist auch senderseitig die empfangsseitige Situation quantisierter Signale  $\hat{q}[k]$  anzuwenden, vgl. Abb. 3. Bei der anschließenden Übertragung ist zu beachten, dass der mittlere Signalpegel des Differenzsignals gegenüber dem Originalsignal um den Prädiktionsgewinn herabgesetzt ist (kleinere Varianz), sodass dieser Gewinn oftmals nicht vollständig genutzt werden kann.

Im Fall einer logarithmischen Quantisierung (SNR unabhängig vom Signalpegel!) lassen sich diese beiden Gewinne jedoch tatsächlich addieren. An dieser Stelle tritt jedoch bei

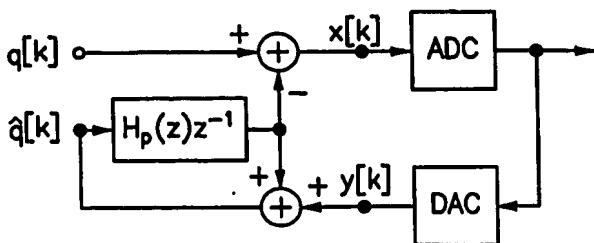


Abb. 3. Blockschaltbild: DPCM-Encoder mit Rückwärtsprädiktion

sphärisch logarithmischer Quantisierung ein anderes Problem in den Vordergrund. Wie aus Abb. 3 deutlich wird, handelt es sich bei der Rückwärtsprädiktion um ein rekursives Verfahren. Die quantisierten Werte  $\hat{q}[k-i]$ ;  $i = 1, 2, \dots$  werden nach der Filterung vom darauffolgenden unquantisierten Wert subtrahiert und haben damit Einfluss auf die Quantisierung des unmittelbar nachfolgenden Wertes. Während dies im eindimensionalen Fall unproblematisch ist, stellt dies im mehrdimensionalen Fall und somit auch bei der sphärischen Quantisierung einen grundsätzlichen Widerspruch dar, weil hier jeweils  $D$  Abtastwerte gemeinsam quantisiert und entsprechend wieder gemeinsam rekonstruiert werden müssen. Eine gegenseitige Beeinflussung der Abtastwerte ist hier zunächst nicht möglich.

#### B. Lösungsgedanke

Um den offensichtlichen Widerspruch der beiden Verfahren DPCM und mehrdimensionale Quantisierung aufzulösen ist es erforderlich, für jeweils  $D$  Abtastwerte diejenige Quantisierungszelle im  $D$ -dimensionalen sphärisch quantisierten Raum zu finden, deren Rekonstruktionswerte  $\hat{q}[k]$  im Sinne einer gemeinsamen Rekonstruktion von  $D$  Abtastwerten zu einem minimalen quadratischen Fehler (Quantisierungsfehler) in den Zeitschritten  $l$  mit  $k = l \cdot D + i$  ( $i = 0, \dots, D-1$ )

$$d^2(q, \hat{q}) = \sum_{i=0}^{D-1} (q[D \cdot l + i] - \hat{q}[D \cdot l + i])^2 \quad (29)$$

führt.

#### C. Algorithmus

Um die optimale Quantisierungszelle im  $D$ -dimensionalen sphärischen Raum zu finden, verwenden wir einen iterativen Algorithmus, der – ausgehend von einem Startwert ("Startzelle") – analog zu einem Gradientenabstiegsverfahren arbeitet. Zur Ermittlung eines geeigneten Startwertes für die Abtastwerte  $q[D \cdot l], \dots, q[D \cdot l + D - 1]$  wird von dem aktuellen Zustand des Prädiktorfilters  $H_p(z)z^{-1}$  zum Zeitschritt  $k = D \cdot l$  eine Rekonstruktion der nächsten  $D$  Werte gemäß einer Vorwärtsprädiktion ausgeführt, also bei Deaktivierung der Quantisierung (ADC und DAC in Abb. 3). Die auf diese Weise erhaltenen Werte  $x[D \cdot l], \dots, x[D \cdot l + D - 1]$  am Eingang des Quantisierers werden nun  $D$ -dimensional logarithmisch sphärisch quantisiert und beschreiben damit die Startzelle (Zelle für 0-ten Iterationsschritt) für die Iteration. In jedem

Iterationsschritt wird nun für alle Nachbarzellen der aktuellen Zelle bzw. für deren Rekonstruktionswerte  $q[D \cdot l], \dots, q[D \cdot l + D - 1]$  das Blockschaltbild durchlaufen, der Filterzustand von  $H_p(z)z^{-1}$  wird dabei selbstverständlich jedes Mal zurückgesetzt, und der jeweilige Quantisierungsfehler wird ermittelt. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass beispielsweise für die Nachbarzellen in radialer Richtung i.d.R. andere Intervallanzahlen für die Winkelquantisierung vorliegen. Beispielsweise werden bei  $D = 3$  die Azimutwinkel ( $\phi$ ) bei großen Elevationswinkeln ( $\varphi_2$  nahe  $90^\circ$ ) größer quantisiert als bei kleinen Elevationswinkeln ( $\varphi_2$  nahe  $0^\circ$ ), da bei letzteren Elevationswinkeln ein größerer Umfang des "Breitenkreises" auf der Kugeloberfläche vorliegt. Diejenige Quantisierungszelle mit dem geringsten Quantisierungsfehler wird als "aktuell beste Zelle" für den darauffolgenden Iterationsschritt verwendet.

Simulationen zeigten, dass die im Mittel erforderliche Zahl an Iterationen bei ca. 0,25 (pro  $D$  Abtastwerte) liegt, und bereits bei einer Beschränkung auf max. 3 Iterationen keine signifikanten Verluste im Vergleich zu einem unbeschränkten Suchraum zu verzeichnen sind, sodass die Suche nach der optimalen Quantisierungszelle für niedrige Dimensionszahlen durchaus in Echtzeit implementierbar ist. Wie bereits aus Abb. 1 ersichtlich wurde, liegen die größten Gewinne ohnehin in diesem niedrigdimensionalen Bereich.

Empfangsseitig ergibt sich keinerlei Änderung gegenüber üblichen DPCM-Verfahren. An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass die Gesamtverzögerung des Übertragungssystems lediglich  $D$  Abtastwerte beträgt und somit für Übertragungen, welche den Anforderungen einer extrem kurzen Verzögerung entsprechen müssen, hervorragend geeignet ist.

#### D. Varianten des Verfahrens

Zur Auffindung der günstigsten Quantisierungszelle die zu einer minimalen Verzerrung z.B. gemäß Gl. (29) führt, sind alle Algorithmen der sog. Lattice-Decodierung bzw. zur Auffindung eines Maximum-Likelihood-Codeworts bei der Kanalcodierung prinzipiell zur Beschleunigung der Suche anwendbar, vgl. z.B. [7] und die dort angegebenen Referenzen. Dabei ist vorzugsweise eine Transformation dieser Verfahren für Kugelkoordinaten vorzunehmen.

Eine Variante ohne iterative Bestimmung der Quantisierungszelle ist dadurch gegeben, dass anstelle einer Berücksichtigung statistischer Abhängigkeiten innerhalb der aktuell zur Quantisierung anstehenden  $D$  Signalwerte durch ein lineares Prädiktionsfilter gemäß Abb. 3 (also DPCM), eine nicht gleichmäßige Quantisierung der Winkelkoordinaten vorgenommen wird.

Dabei sind die linearen statistischen Bindungen der aktuell zur Quantisierung anstehenden  $D$  Signalwerte zu vergangenen Signalwerten mittels klassischer DPCM mit Rückwärtsprädiktion zu nutzen. Es entsteht also eine Rückwärtsprädiktion, bei der nach  $D$  Signalwerten eine Aktualisierung des Prädiktionsfilters um  $D$  Schritte erfolgt.

Es wird vorgeschlagen, die logarithmische Quantisierung des Betrags aufrecht zu erhalten, so dass anschließend die

Signalpunkte so normiert werden können, dass sie auf einer Kugel mit Radius 1 liegen. Dies erlaubt die analytische Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Signalpunkte auf der Kugeloberfläche, z.B. bei Annahme eines gauß'schen Signalprozesses aus der Autokorrelationsfunktion des Quellsignals, bzw. eine direkte experimentelle Ermittlung von relativen Häufigkeiten der Signalpunkte auf der Kugeloberfläche.

Für  $M \gg 1$  lässt sich hieraus z.B. mit Hilfe des Optimierungsansatzes nach [6] eine nichtgleichmäßige kubische Quantisierung der Oberfläche einer Kugel mit Radius 1 bestimmen. Dieser Ansatz besagt, dass im Mittel der Beitrag jeder Quantisierungszelle zum Quantisierungsgeräusch gleich sein soll. Bezeichnet  $\Delta_i$  die Kantenlänge einer  $(D-1)$ -dimensionalen kubischen Quantisierungszelle sowie  $z_i$  den dazugehörigen Mittelpunkt, also den empfangsseitigen Rekonstruktionsvektor mit dem Betrag 1, sowie  $f(\varphi_1, \dots, \varphi_{D-1})$  die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion bzw. relative Häufigkeit von Signalwerten auf der Kugeloberfläche, so soll also näherungsweise erfüllt sein:

$$(D-1) \frac{\Delta_i^2}{12} \cdot f(z_i) \cdot \Delta_i^{D-1} = \text{const.} \quad (30)$$

$$\text{mit der Nebenbedingung } \sum_{i=1}^{M_D} \Delta_i^{D-1} = \beta_D \quad (31)$$

Hieraus folgt unmittelbar eine  $(D-1)$ -dimensionale Kompressor-Funktion  $k(\varphi_1, \dots, \varphi_{D-1})$ , durch die die ungleichmäßige Quantisierung der Kugeloberfläche eindeutig bestimmt wird. Die ungleichmäßige Quantisierung kann dann beispielsweise wie im eindimensionalen Fall durch eine nichtlineare Verzerrung des Vektors  $z = (\varphi_1, \dots, \varphi_{D-1})$  in einen Vektor  $z' = k(z)$ , anschließende gleichmäßige Quantisierung zum Vektor  $z'_i$  gemäß Abschnitt III-C und Anwendung der Umkehrfunktion  $k^{-1}(z'_i) = z_i$  nachfolgend zur Gewinnung des Rekonstruktionsvektors vollzogen werden.

Vorzugsweise ist die resultierende  $(D-1)$ -dimensionale Kompressorfunktion durch eine analytisch beschreibbare Funktion anzunähern, oder, analog zu der bei der eindimensionalen Kompression üblichen Darstellung mittels Geradenstücke (z.B. 13-Segment-Kennlinie, siehe [3]) durch  $(D-2)$ -dimensionale Teilebenen (mit konstanten partiellen Ableitungen) zu approximieren. Bei einer über dem Raum  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})^{D-2} \times (-\pi, \pi]$  orthogonalen Rasterung dieser Approximation über den  $D-1$  Winkeln kann eine einfache Auswertbarkeit der Kompressorfunktion erreicht werden.

## V. SIMULATIONSERGEBNISSE

Zur Simulation von sphärisch logarithmischer Quantisierung in Kombination mit DPCM gemäß Abschnitt IV-C wurde die Quantisierung der Arie "Der Vogelfänger bin ich ja" von Wolfgang Amadeus Mozart [5] untersucht. Es weist einen mittleren Signalpegel von  $-32,15 \text{ dB}$  auf. Diese Arie bietet aufgrund von Signaldynamik und Klangfarben (Vorspiel, Gesang, Rohrflöte) ein anspruchsvolles Beispiel zur Audiosignalcodierung. Es wurde für  $R = 4$  und  $R = 7$  Bit pro Abtastwert bei

$A = 48270$  bzw.  $A = 4858$  und verschiedenen Dimensionenzahlen  $D$  gemäß Abb. 3 codiert und anschließend dekodiert. Der Störabstand wurde jeweils durch Vergleich mit dem ursprünglichen CD-Signal ermittelt (Abb. 4). Da die hier ein

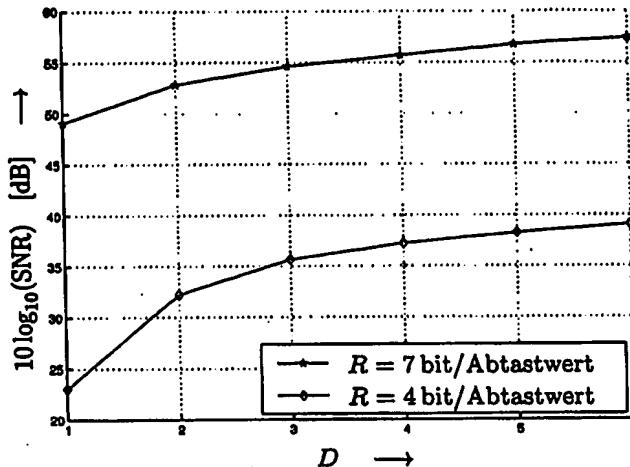


Abb. 4. SNR bei sphärisch logarithmischer Quantisierung in Kombination mit DPCM  
 "Der Vogelfänger bin ich ja" (W. A. Mozart),  
 Spielzeit = 3:02 min,  $-32,15 \text{ dB}$ ,  $P = 2$   
 $R = 7 \text{ bit/Abtastwert}$ ,  $A = 4858$   
 $R = 4 \text{ bit/Abtastwert}$ ,  $A = 48270$

universeller Prädiktor von geringer Prädiktionsordnung ( $P = 2$ ) verwendet wurde, können diese Simulationsergebnisse als stellvertretend für eine Vielzahl von Audiosignalen betrachtet werden. Abb. 4 zeigt die gemessenen Störabstände, gemittelt über das ganze Musikstück. Bei geringen Raten ergeben sich aufgrund einer verbesserten Mittelwertbildung bei steigender Dimensionzahl  $D$  sogar weit größere Störabstandsgewinne als nach Abb. 1. Beim Vergleich der Ergebnisse sind die unterschiedlichen Werte für den Parameter  $A$  zu beachten.

## VI. ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde ein wellenformerhaltendes Digitalisierungsverfahren für analoge Quellsignale vorgestellt, das zum einen den Gewinn durch mehrdimensionale Quantisierung mit den Vorteilen der logarithmischen Quantisierung verknüpft und zum anderen in der Lage ist den objektiven Störabstand durch Addition von Prädiktionsgewinnen zusätzlich zu erhöhen. Abschließend sei angemerkt, dass sich dieses Verfahren neben einem günstigen Austausch von Rate und Verzerrung vor allem durch einen extrem großen Dynamikbereich und dabei einer äußerst geringen systembedingten Verzögerung des Signals um wenige Abtastintervalle auszeichnet.

## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] T. Berger. Lossy Source Coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, pp. 2693-2723, Oct. 1998.
- [2] R. M. Gray, David L. Neuhoff. Quantization. *IEEE Transactions on Information Theory*, pp. 2325-2383, Oct. 1998.
- [3] N. S. Jayant, P. Noll. *Digital Coding of Waveforms*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.

- [4] J. H. Conway and N. J. A. Sloane. *Sphere Packings, Lattices, and Groups*. Springer-Verlag, 3rd edition.
- [5] Phillips Classics Productions 1994 (DDD): Mozart: "Der Vogelfänger bin ich ja" (Die Zauberflöte). Polygram Records #442569-2, Track 3.
- [6] Panter, P. R., and W. Ditz. Quantizing Distortion in Pulse-Count Modulation with Nonuniform Spacing of Levels. *Proc. IRE*, p. 44, Jan. 1951.
- [7] Erik Agrell, Thomas Eriksson, Alexander Vardy, Kenneth Zeger. Closest Point Search in Lattices. *IEEE Transactions on Information Theory*, pp. 2201-2214, Aug. 2002

<b>Bremen</b> Patentanwälte European Patent Attorneys Dipl.-Ing. Günther Eisenführ Dipl.-Ing. Dieter K. Speiser Dipl.-Ing. Werner W. Rabus Dipl.-Ing. Jürgen Brügge Dipl.-Ing. Jürgen Klinghardt Dipl.-Ing. Klaus G. Göken Jochen Ehlers Dipl.-Ing. Mark Andres Dipl.-Chem. Dr. Uwe Süßenböhmer Dipl.-Ing. Stephan Keck Dipl.-Ing. Johannes M. B. Wasiljeff Patentanwalt Dipl.-biotechnol. Heiko Sendrowski	<b>Hamburg</b> Patentanwalt European Patent Attorney Dipl.-Phys. Frank Meier
	<b>Rechtsanwälte</b> Rainer Böhm Nicol A. Schrömgens, LL. M.
	<b>München</b> Patentanwälte European Patent Attorneys Dipl.-Phys. Heinz Nöth Dipl.-Wirt.-Ing. Rainer Fritsche Lbm.-Chem. Gabriele Leißler-Gerstl Dipl.-Ing. Olaf Ungerer Patentanwalt Dipl.-Chem. Dr. Peter Schuler
	<b>Berlin</b> Patentanwälte European Patent Attorneys Dipl.-Ing. Henning Christiansen Dipl.-Ing. Joachim von Oppen Dipl.-Ing. Jutta Kaden Dipl.-Phys. Dr. Ludger Eckey
	<b>Alicante</b> European Trademark Attorney Dipl.-Ing. Jürgen Klinghardt

Bremen, 25. Juli 2003

Unser Zeichen: SA 5407-01DE KGG/MAG/ram  
Durchwahl: 0421/36 35 16

Anmelder/Inhaber: SENNHEISER ELECTRONIC ...  
Amtsaktenzeichen: Neumeldung

Ansprüche

1. Verfahren zur Digitalisierung analoger Quellensignale, mit dem Schritt:
  - Durchführen einer D dimensionalen logarithmischen sphärischen Quantisierung.
2. Verfahren zur differentiellen Pulscodemodulation,  
Durchführen einer D dimensionalen logarithmischen sphärischen Quantisierung.
3. Verfahren nach Anspruch 1 oder 2, wobei  
eine logarithmische Quantisierung des Betrages erfolgt.
4. Verfahren nach Anspruch 2, mit den Schritten  
Durchführen einer Forwärtsprädiktion zur Ermittlung eines Startwertes  
für Abtastwerte der Quantisierung auf der Basis des aktuellen Zustandes  
eines Prädikatorfilters;  
Rekonstruktion der nachfolgenden D Abtastwerte,

Durchführen einer D dimensionalen logarithmischen sphärischen Quantisierung der durch die Forwärtsprädiktion erhaltenen Werte, um eine Startzelle zu bestimmen,

Iteratives Durchlaufen der Prädiktion der differenziellen Pulscodemodulation, um eine Quantisierungszelle mit dem geringsten Quantisierungsfehler zu bestimmen.

5. Verfahren zur Digitalisierung analoger Quellensignale, insbesondere nach einem der vorherigen Ansprüche, wobei  
eine Lattice-Decodierung zur Bestimmung einer günstigen Quantisierungszelle durchgeführt wird.
6. Verfahren nach Anspruch 5, wobei  
eine Transformation in Kugelkoordinaten durchgeführt wird.
7. Verfahren zur Digitalisierung analoger Quellensignale, insbesondere nach einem der vorherigen Ansprüche, wobei  
eine ungleichmäßige Quantisierung der Winkelkoordinaten der sphärischen oder Kugelkoordinaten durchgeführt wird.
8. Verfahren nach Anspruch 7, wobei  
eine Rückwärtsprädiktion einer differentiellen Pulscodemodulation durchgeführt wird, wobei nach der Verarbeitung von D Abtastwerten eine Aktualisierung des Prädiktionsfilters um D Schritte erfolgt.
9. Verfahren nach Anspruch 7 oder 8, wobei  
der Betrag logarithmisch quantisiert wird.
10. Vorrichtung zur Digitalisierung analoger Quellensignale, mit
  - einer D dimensionalen logarithmischen sphärischen Quantisierungseinrichtung.
11. Vorrichtung zur differentiellen Pulscodemodulation,

einer D dimensionalen logarithmischen sphärischen Quantisierungseinrichtung.

12. Vorrichtung nach Anspruch 10 oder 11, wobei eine logarithmische Quantisierung des Betrages erfolgt.
13. Vorrichtung nach Anspruch 11 mit, einer Forwärtsprädiktionseinrichtung zur Ermittlung eines Startwertes für die Abtastwerte der Quantisierung auf der Basis des aktuellen Zustandes eines Prädikatorfilters, einer Rekonstruktionseinrichtung zur Rekonstruktion der nachfolgenden D Abtastwerte, einer D dimensionalen logarithmischen sphärischen Quantisierungseinrichtung zur Quantisierung der durch die Forwärtsprädiktion erhaltenen Werte, um eine Startzelle zu bestimmen, wobei die Prädiktion der differenziellen Pulscodemodulation iterativ durchlaufen wird, um eine Quantisierungszelle mit dem geringsten Quantisierungsfehler zu bestimmen.
14. Vorrichtung zur Digitalisierung analoger Quellensignale, insbesondere nach einem der vorherigen Ansprüche, wobei eine Lattice-Decodierungseinrichtung zur Bestimmung einer günstigen Quantisierungszelle durchgeführt wird.
15. Vorrichtung nach Anspruch 14, mit einer Transformationseinrichtung zur Durchführung einer Transformation in Kugelkoordinaten.
16. Vorrichtung zur Digitalisierung analoger Quellensignale, insbesondere nach einem der vorherigen Ansprüche, wobei eine ungleichmäßige Quantisierung der Winkelkoordinaten der sphärischen oder Kugelkoordinaten durchgeführt wird.
17. Vorrichtung nach Anspruch 16, wobei

eine Rückwärtsprädiktion einer differentiellen Pulscodemodulation durchgeführt wird, wobei nach der Verarbeitung von D Abtastwerten eine Aktualisierung des Prädiktionsfilters um D Schritte erfolgt.

18. Vorrichtung nach Anspruch 16 oder 17, wobei der Betrag logarithmisch quantisiert wird.